

**Domácí úkol ze cvičení 11:**

1. Vyšetřete absolutní, případně neabsolutní konvergenci řady:

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{2^n}$ ;    b)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$ ;    c)  $1 + \frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{2}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} - \frac{2}{9} + \dots$

2. V závislosti na parametru  $x \in \mathbb{R}$  vyšetřete, zda konverguje absolutně, resp. konverguje neabsolutně, resp. diverguje řada

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 1} (x - 2)^n$ ;    b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n (n + 1)} (x + 3)^n$ ;    c)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^{2n+1}}{2n + 1}$ .

3. Ukažte, že alternující řada  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n + (-1)^n}$  konverguje neabsolutně, i když posloupnost  $\left\{ \frac{1}{n + (-1)^n} \right\}$  není monotónní.

4. Ukažte, že alternující řada

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} a_n = \frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}-1} - \frac{1}{\sqrt{3}+1} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}-1} - \frac{1}{\sqrt{n}+1} + \dots$$

diverguje, i když  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ .